

13/10/2026

1 Kolokwia

1.1 Zadanie 1

Treść: Sprawdź poprawność reguły dowodzenia:

$$\frac{\alpha \implies \sim \beta, \alpha \implies \beta}{\sim \alpha}$$

Przykładowe rozwiązanie: Załóżmy fałszywość rozumowania:

$$w(\alpha \implies \sim \beta \wedge \alpha \implies \beta) = 1 \quad \wedge \quad w(\sim \alpha) = 0$$

Zatem:

$$w(\sim \alpha) = 0 \implies w(\alpha) = 1$$

Analizując założenia (górną część reguły dowodzenia) dostaniemy wówczas sprzeczność:

- ☛ koniunkcja jest prawdziwa $\iff$ oba zdania są prawdziwe
- ☛ jeśli β jest prawdziwe, wówczas $\alpha \implies \sim \beta$ jest fałszywe, a zatem koniunkcja jest fałszywa, co stoi w sprzeczności z $w(\alpha \implies \sim \beta \wedge \alpha \implies \beta) = 1$
- ☛ jeśli β jest fałszywe, wówczas $\alpha \implies \beta$ jest fałszywe, a zatem koniunkcja jest fałszywa, co stoi w sprzeczności z $w(\alpha \implies \sim \beta \wedge \alpha \implies \beta) = 1$

Stąd, założenie o nieprawidłowości rozumowania prowadzi do sprzeczności, wnioskujemy zatem o jego prawidłowości.

1.2 Zadanie 2

Treść: Sprawdź czy poniższa reguła wnioskowania jest poprawna:

$$\frac{\mu \implies \nu, \sim \mu \implies \nu}{\nu}$$

Przykładowe rozwiązanie: Zadanie można rozwiązać analogicznie jak powyżej. Dlatego dla urozmaicenia tym razem proponuję rozważyć możliwe opcje. Wiedząc, że tabela implikacji przedstawia się:

p	q	$p \implies q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Widzimy, że jeśli $w(\nu) = 0$ to, choć implikacja $0 \implies 0$ jest prawdziwa, $1 \implies 0$ nie, zatem ich koniunkcja również jest fałszywa. Stąd wniosek, że ν fałszywe być nie może – przeciwnie, $1 \implies 1$ jest prawdziwe, jak i zgodnie z powyższą definicją implikacji z zaprzeczenia prawdziwemu μ prawda również może wynikać. Stąd otrzymujemy wniosek rozumowania, potwierdzając jego poprawność.

2 Komentarz

Cciałbym również odnieść do zadania 8 z listy 1. Jak słusznie zauważył(x) p. ■■■■, część zdań (w szczególności ostatnie) nie dają się łatwo przełożyć na formalny zapis. Przyczyny tego upatruję się w nieprecyzyjności języka mówionego/pisanego oraz częstej potrzebie kontekstu, domysłów, niedopowiedzianych stwierdzeń. O ile zdania pokroju „Chodzę do kina tylko gdy jest brzydka pogoda” nie sprawiają nam problemu, są ściśle i dokładnie określone, w sytuacjach gdy pojawiają się spójniki spoza formalizmu potrzebujemy przypisać im jakiś kontekst. W zdaniu (g) pojawia się spójnik „gdy” – zgodnie ze słownikiem języka polskiego może on wprowadzać okoliczności, czas, rozwijać znaczenie. Dla nas najważniejsze jest, że może on wprowadzać dodatkowo warunek. W matematyce rozróżniamy jednak *warunek konieczny* oraz *warunek wystarczający*. Takiego rozróżnienia nie można poczynić w tym przypadku opierając się wyłącznie na treści. Formułując powyższą myśl, dopowiadając pewne luki, zdanie można sformalizować na różne sposoby.

Co więcej, im dłużej myślę o tym zdaniu, tym mniej pewny jestem do czego odnosi się „w przeciwnym razie” – na pewno zdanej sesji, czy może jednak wyjazdu na wyspy?

Konkludując, sądzę że celem tego zadania, a w szczególności tego przykładu było skłonienie uczestników zajęć do głębszego zastanowienia się nad różnicami pomiędzy językiem potocznym, zanurzonym w pewnym środowisku, oraz precyzyjną aparaturą jaką zapewnia nam logika formalna i matematyka.

Żeby jeszcze bardziej uwidocznić różnice oraz podobieństwa, przytoczę poniżej zadanie¹ dla studentów Wydziału Matematyki i Informatyki UW, zaproponowane w 2014 roku przez prof. Ludomira Newelskiego. Zachęcam do pochylenia się nad nim właśnie w wyżej opisanym kontekście.

¹<https://www.math.uni.wroc.pl/newelski/dydaktyka/wdm-A/listy/lista1b.pdf>

Oznaczając symbolem p zdanie "Ala je", zaś symbolem q zdanie "As wyje" i używając spójników logicznych oraz nawiasów zapisać jako formuły rachunku zdań następujące zdania:

- (a) Ala je pod warunkiem, że As wyje.
- (b) As nie wyje, zaś Ala nie je.
- (c) Ani Ala nie je, ani As nie wyje.
- (d) As wyje, o ile Ala nie je.
- (e) As wyje dokładnie wtedy, gdy Ala je.
- (f) Bądź Ala je, bądź As wyje.
- (g) Albo As wyje, albo Ala je.
- (h) Ala je tylko wtedy, gdy As wyje.
- (i) Ala je dokładnie wtedy, gdy As wyje.
- (j) Ala je, a As wyje.
- (k) Ala je, chyba że As wyje.
- (l) Ala je pomimo tego, że As wyje.
- (m) Ale je, no i As wyje.

Wsk: w razie wątpliwości można napisać tabelkę wartości logicznych zdania w zależności od wartości logicznych zdań składowych p i q . Niektóre formuły się powtarzają. Znaczy to, że pod względem logicznym odpowiednie zdania są równoważne. Czy mają jednak to samo znaczenie potoczne ?